

Câu I (2.0 điểm). Một vật chuyển động trong không gian có vị trí theo thời gian t (đơn vị đo độ dài và thời gian tương ứng là mét và giây) cho bởi hàm vectơ

$$\mathbf{R}(t) = t^2\mathbf{i} + \cos(\pi t)\mathbf{j} + \sin(\pi t)\mathbf{k} \quad (t \geq 0).$$

- (1.0 điểm) Tìm véc tơ vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 1.5$ giây. Tìm thời điểm mà vật đạt đến tốc độ âm thanh (1235 km/giờ).
- (1.0 điểm) Tính độ cong của quỹ đạo chuyển động của vật tại thời điểm $t = 3$ giây.

Câu II (2.5 điểm).

- (1.0 điểm) Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong có phương trình

$$\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{z^2}{9} = 3 \text{ tại điểm } P_0(-2,1,3).$$

- (1.5 điểm) Tìm cực trị tương đối của hàm hai biến

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1.$$

Câu III (2.0 điểm).

- (1.0 điểm) Tính tích phân bội hai

$$I = \iint_D \sin(y^2) dA,$$

trong đó D là miền giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = \sqrt{\pi}$, và $x = 0$.

- (1.0 điểm) Cho khối trụ đứng giới hạn bởi các mặt $y = 1 - x^2$ và $y = 0$. Tính thể tích của một phần khối trụ này là phần bị chặn dưới bởi mặt phẳng $z = 0$ và bị chặn trên bởi mặt phẳng $z = 2 - y$.

Câu IV (3.5 điểm).

- (1.0 điểm) Cho trường vectơ

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (3y^2z^3 + 2)\mathbf{i} + (6xyz^3 + 3)\mathbf{j} + (9xy^2z^2 + 5)\mathbf{k}.$$

Hãy tính $\text{div } \mathbf{F}$, $\text{curl } \mathbf{F}$ và tìm một hàm thế vị của \mathbf{F} (nếu có).

- b. (1.0 điểm) Tính công của trường vectơ $\mathbf{F}(x, y) = x^4\mathbf{i} + (xy)\mathbf{j}$ dọc theo đường cong C , với C là hợp thành của C_1 và C_2 , trong đó:
 C_1 là đoạn thẳng từ điểm $(-1,0)$ đến điểm $(0,1)$, và
 C_2 là phần đường cong có phương trình $y = 1 - 2x + x^2$ từ điểm $(0,1)$ đến $(1,0)$.
- c. (1.5 điểm) Tính thông lượng của trường vectơ

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 + x)\mathbf{i} + (y^2 + y)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

qua phần mặt phẳng $x + y + z = 1$ nằm trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 2$, trên đó trường vectơ pháp tuyến đơn vị hướng lên trên.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)		Nội dung kiểm tra
CLO1	Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vectơ và của hàm nhiều biến.	Câu I, II, III, IV
CLO2	Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vectơ và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu I, II, Câu III
CLO3	Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ.	Câu I
CLO4	Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vectơ để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu IV

Ngày 12 tháng 1 năm 2026

Trưởng bộ môn

TS. Phạm Văn Hiến